

金属涂敷层对圆波导传输特性的影响分析

刘媛萍¹, 黄斌科¹, 姜万顺², 冯恩信¹

(1. 西安交通大学电子与信息工程学院, 710049, 西安; 2. 华东电子测量仪器研究所, 266555, 山东青岛)

摘要: 建立了金属圆波导中电磁模式的特征方程, 通过特征方程研究了涂敷层电导率和厚度对电磁波传播特性的影响规律. 先从圆波导中电磁波满足的场方程及边界条件出发, 推导了在波导壁电导率及厚度有限、内壁具有金属涂敷层时满足传播常数的圆波导特征方程, 并得到了各模式传播常数的近似解析式. 通过近似解析式和数值法求解特征方程, 得出金属涂敷层的厚度及电导率对衰减常数及相位常数的影响规律, 解析解与数值解的结果具有很好的一致性. 研究结果表明, 金属涂覆层厚度在小于 2 倍趋肤厚度时对电磁波传播特性影响最大, 在大于 3 倍趋肤厚度时趋于稳定值.

关键词: 圆波导; 金属涂敷层; 传播常数; 特征方程

中图分类号: TN015 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2009)10-0076-05

Effects of the Coated Lossy Layer on the Propagation Characteristic of Electromagnetic Wave in a Metal Cylindrical Waveguide

LIU Yuanping¹, HUANG Binke¹, JIANG Wanshun², FENG Enxin¹

(1. School of Electronics and Information Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China;

2. East China Institute of Electronic Measurement Instrument, Qingdao, Shandong 266555, China)

Abstract: Based on the model of cylindrical waveguide coated with lossy conductor on its inner surface, the effects of the coated layer on the propagation characteristic of electromagnetic wave are studied. The characteristic equation is derived from the electromagnetic equation and boundary conditions under the assumption that both the conductivity and thickness of the coated layer and the waveguide wall are finite. Then the approximate analytic formulas for the propagation constants are obtained. Finally, the effects of the coated lossy layer on the propagation characteristic are presented. The approximate analytic results agree very well with the numerical solutions obtained by solving the characteristic equation. The results show that the lossy layer has a great effect on the propagation constants when the thickness is smaller than 2 times the skin depth of the lossy layer.

Keywords: cylindrical waveguide; coated layer with conductor; propagation constant; characteristic equation

微波器件中波导壁的金属损耗对电波传播特性的影响是非常值得关注的问题^[1-3]. 通过在金属波导内表面涂敷不同的金属材料, 或者采用不同的金属涂敷厚度, 都可以改善其传播特性. 文献[4]给出了波导壁电导率有限且内壁涂敷非金属介质层时圆波导的特征方程, 并给出了精确解, 但是文中给出的结

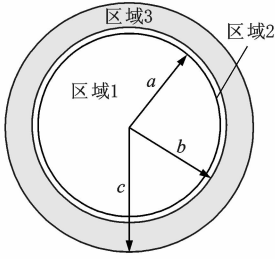
果不能适用于涂敷层为金属的情况. 文献[5]研究了圆波导内壁涂敷损耗层时, 传播常数随损耗层厚度及电导率的变化, 其中波导壁是理想的, 但当涂敷层是金属, 且涂敷层厚度与趋肤厚度可比拟时, 波导壁的损耗将不能忽略.

本文从内壁有金属涂敷层的圆波导模型出发,

推导了在波导壁的电导率和厚度有限时,圆波导传播常数满足的特征方程,得到了传播常数的近似解析式,并给出了在不同模式时在金属涂敷层不同厚度、不同电导率及圆波导不同工作频率下的传播常数的模拟结果.与用 Muller 法^[6]求解特征方程的结果进行比较,两者具有很好的一致性.本文方法可以解决有耗圆波导内壁涂敷金属时圆波导中电磁模式的传播常数的求解问题.

1 有耗金属涂敷圆波导的特征方程

若 $\epsilon_r, \mu_r, \sigma$ 分别为介质的相对介电常数、相对磁导率和电导率,则:波导腔的介质参数为 $(\epsilon_{r,1}, \mu_{r,1})$, 半径为 a ;金属涂敷层的电参数为 $(\epsilon_{r,2}, \mu_{r,2}, \sigma_2)$;波导壁的电参数为 $(\epsilon_{r,3}, \mu_{r,3}, \sigma_3)$, 半径为 c , 厚度为 $d = b - a$. 一般电磁波在导体中传播 5 倍的趋肤厚度时,可以认为已衰减为 0^[7],本文中波导壁厚度远大于 5 倍趋肤厚度,因此可认为电磁波在半径 $r = c$ 处衰减为 0,波导壁之外可看作理想导体.内壁具有金属涂敷层的圆波导模型如图 1 所示.



区域 1 为波导腔;区域 2 为金属涂敷层;区域 3 为波导壁

图 1 金属涂敷层圆波导横截面图

在区域 1、区域 2 和区域 3 中,由波的传播特性可得到电场强度和磁场强度的纵向分量分别为^[8]

$$E_{z,1} = D_1 J_m(h_1 r) \cos m\phi \quad r \leq a \quad (1)$$

$$H_{z,1} = D_2 J_m(h_1 r) \sin m\phi \quad r \leq a \quad (2)$$

$$E_{z,2} = [D_3 J_m(h_2 r) + D_4 N_m(h_2 r)] \cos m\phi \quad a \leq r \leq b \quad (3)$$

$$H_{z,2} = [D_5 J_m(h_2 r) + D_6 N_m(h_2 r)] \sin m\phi \quad a \leq r \leq b \quad (4)$$

$$E_{z,3} = D_7 [N_m(h_3 c) J_m(h_3 r) - J_m(h_3 c) \cdot N_m(h_3 r)] \cos m\phi \quad b \leq r \leq c \quad (5)$$

$$H_{z,3} = D_8 [N'_m(h_3 c) J_m(h_3 r) - J'_m(h_3 c) \cdot N_m(h_3 r)] \sin m\phi \quad b \leq r \leq c \quad (6)$$

式中: $D_1 \sim D_8$ 为激励系数; $J_m(\cdot)$ 和 $N_m(\cdot)$ 分别为 m 阶第一类贝塞尔函数和第二类贝塞尔函数; $J'_m(\cdot)$ 和 $N'_m(\cdot)$ 分别为 $J_m(\cdot)$ 和 $N_m(\cdot)$ 的导

数; r 为区域内任一点到中心的距离; ϕ 为其相位; $m = 1, 2, 3, \dots$; h_1, h_2 和 h_3 分别为区域 1、区域 2 和区域 3 中的截止波数.

在区域 1、区域 2 的边界和区域 2、区域 3 的边界,要满足切向场分量连续的边界条件

$$E_{z,1} = E_{z,2}; H_{z,1} = H_{z,2}; E_{\phi,1} = E_{\phi,2}; H_{\phi,1} = H_{\phi,2} \quad r = a \quad (7)$$

$$E_{z,2} = E_{z,3}; H_{z,2} = H_{z,3}; E_{\phi,2} = E_{\phi,3}; H_{\phi,2} = H_{\phi,3} \quad r = b \quad (8)$$

将式(1)~式(6)所表示的各个区域内的场分量代入式(7)、式(8)后化简,可得到关于 $D_1 \sim D_8$ 的线性方程组,该方程组要有非 0 解,其系数行列式必须为 0. 将其系数行列式整理并化简后得到关于传播常数的特征方程

$$k_0^2 \left[\frac{\epsilon_{r1}}{h_1} \frac{J'_m(u)}{J_m(u)} - \frac{\epsilon_{r2}}{h_2} \frac{R'(a)}{R(a)} \right] \left[\frac{\mu_{r1}}{h_1} \frac{J'_m(u)}{J_m(u)} - \frac{\mu_{r2}}{h_2} \frac{S'(a)}{S(a)} \right] = \eta_a^2 + \frac{\epsilon_{r2}}{\epsilon_{r3}} \frac{h_3}{h_2} [Y(a) T(a) \eta_b^2 - \frac{h_2^2}{k_0^2} P_m^2(h_2 a) \eta_a^2 \eta_b^2 - \frac{8 \eta_a \eta_b}{\pi a b h_2^2}] \frac{1}{R(a) S(a)} \quad (9)$$

式中: $u = h_1 a$; $\eta_b = \frac{m k_z}{b} \left(\frac{1}{h_3^2} - \frac{1}{h_2^2} \right)$, 其中 $k_z = j\gamma$, γ 为

传播常数; $\eta_a = \frac{m k_z}{a} \left(\frac{1}{h_1^2} - \frac{1}{h_2^2} \right)$; $R(a) = \frac{\epsilon_{r2}}{\epsilon_{r3}} \frac{h_3}{h_2} Q_m(h_2 a) - \frac{B'_m(h_3 b)}{B_m(h_3 b)} P_m(h_2 a)$, 其中 $Q_m(h_2 a) = J_m(h_2 a) \cdot$

$N'_m(h_2 b) - N_m(h_2 a) J'_m(h_2 b)$, $B_m(h_3 b) = N_m(h_3 c) \cdot J_m(h_3 b) - J_m(h_3 c) N_m(h_3 b)$, $P_m(h_2 a) = J_m(h_2 a) \cdot N_m(h_2 b) - N_m(h_2 a) J_m(h_2 b)$; $S(a) = Q_m(h_2 a) -$

$\frac{\mu_{r3}}{\mu_{r2}} \frac{h_2}{h_3} \frac{M'_m(h_3 b)}{M_m(h_3 b)} P_m(h_2 a)$, 其中 $M_m(h_3 b) =$

$N'_m(h_3 c) J_m(h_3 b) - J'_m(h_3 c) N_m(h_3 b)$; $Y(a) = P'_m(h_2 a) - \frac{\epsilon_{r1}}{\epsilon_{r2}} \frac{h_2}{h_1} \frac{J'_m(h_1 a)}{J_m(h_1 a)} P_m(h_2 a)$; $T(a) = P'_m(h_2 a) - \frac{\mu_{r1}}{\mu_{r2}} \frac{h_2}{h_1} \frac{J'_m(h_1 a)}{J_m(h_1 a)} P_m(h_2 a)$.

式(9)对应 HE_{nm} 模或 EH_{nm} 模的特征方程. 由于电导率很大, HE_{nm} 模与 TE_{nm} 模、 EH_{nm} 模和 TM_{nm} 模的特性非常接近,为简明起见,以下分别用 TE_{nm} 模和 TM_{nm} 模表示.

2 特征方程的微扰解

在本文研究的范围内,金属的趋肤厚度 δ 的值比较小,可作如下假设.

假设 1 对区域 2 和区域 3, $\sigma/(\omega \epsilon_0) \gg 1$, 则 $\epsilon_{r,i} \approx -j\sigma_n/(\omega \epsilon_0) = -2j/(\delta_i^2 k_0^2)$ ($i = 2, 3$), 其中 δ_2, δ_3 分

别为区域2和区域3中金属的趋肤厚度.

假设2 波导半径远大于金属的趋肤厚度,即 $a \gg \delta_i$ ($i=2,3$),故由 $h_i^2 \approx -j\omega\sigma_i\mu_0$ 容易得到 $h_i \approx (1-j)/\delta_i$,则 $|h_i a| \approx (2)^{1/2} a/\delta_i \gg 1$.

因此可将区域2和区域3的贝塞尔函数用大宗量渐近式代替,则有

$$R = \frac{R'(a)}{R(a)} \approx \left(\frac{\delta_3}{\delta_2} - j \cot(x) \right) / \left(\frac{\delta_3}{\delta_2} \cot(x) + j \right)$$

$$S = \frac{S'(a)}{S(a)} \approx \left(1 - j \frac{\mu_3}{\mu_2} \frac{\delta_3}{\delta_2} \cot(x) \right) / \left(\cot(x) + j \frac{\mu_3}{\mu_2} \frac{\delta_3}{\delta_2} \right)$$

式中: $x = (1-j)d/\delta_2$.

对于TE模,令 $v = h_1 a$,则可取 $v = v_{nm} + \Delta v$,其中 v_{nm} 为 $J'_n(v) = 0$ 的第 m 个非0根.将以上各式代入方程(9)并忽略高阶无穷小项后可得

$$\Delta v = \left(\frac{n^2 \gamma_0^2}{a^2} \frac{1}{k_{c0}^2} + \mu_2 R S \right) / \left(-\frac{2i}{(1-i)} \frac{\mu_1}{k_{c0}} \frac{n^2 - v_{nm}^2}{v_{nm}^2} \frac{R}{\delta_2} \right) \quad (10)$$

式中: γ_0, k_{c0} 分别为没有涂敷且波导壁电导率为无限大时的传播常数和截止波数.因此可得TE模的传播常数

$$\gamma^2 = \left(\frac{v_{nm} + \Delta v}{a} \right)^2 - k_{c1}^2 \quad (11)$$

式中: γ 为传播常数.对于TM模,令 $\mu = h_1 a$,则可取 $\mu = \mu_{nm} + \Delta \mu$,其中 μ_{nm} 为 $J_n(\mu) = 0$ 的第 m 个非0根.通过与上面相同的过程,可以得到

$$\Delta \mu = \frac{(1+i)k_{c0}^2 a \epsilon_{r1} \delta_2}{2 y_{nm} R} \quad (12)$$

因此,TM模的传播常数为

$$\gamma^2 = \left(\frac{\mu_{nm} + \Delta \mu}{a} \right)^2 - k_{c1}^2 \quad (13)$$

取 $\mu_{r1} = \mu_{r2} = \mu_{r3} = \epsilon_{r1} = 1$,则 $RS = -1$,由(11)、式(13)可以看出,TE模和TM模的传播常数都只与 R/δ_2 这个因子有关,当 $\sigma_3 = \infty$,即波导壁为理想导体壁时, $R = -\cot(x)$, $S = \tan(x)$,上式退化为文献[5]中的结果,即认为波导壁为理想导体、只考虑损耗层厚度时传播常数的近似解析式.

3 计算结果及分析

如图1所示的圆波导横截面结构,计算时取波导半径 $a = 16$ mm,波导壁为理想导体时其基模 TE_{11} 模的截止频率为 5.49 GHz,涂敷层厚度为 d ,区域1和区域2的厚度和 $b = a + d$,有耗波导壁厚度为 t , $c = b + t$, t 相对于区域3导体的趋肤厚度应

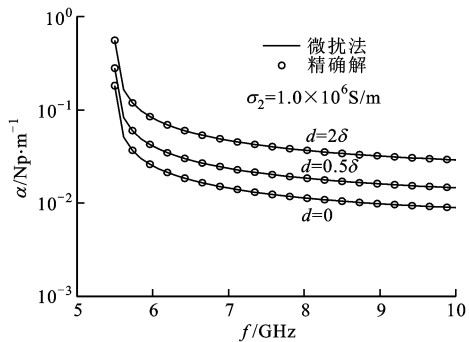
足够大,可认为场在半径为 c 时已衰减为0,这里取 $t = 1$ mm.波导壁的电导率为 $\sigma_3 = 1 \times 10^7$ S/m.方程(9)的推导没有经过任何近似,可以通过直接求解方程(9),来检验近似解析式计算结果的精度.

3.1 传播常数随频率的变化

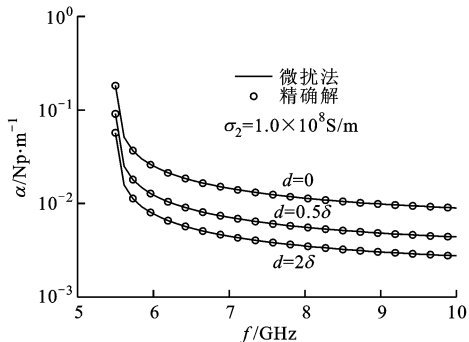
涂敷层在不同厚度 d 和不同电导率 σ 时, TE_{11} 模传播常数随频率的变化如图2所示,可见含有涂敷层有耗波导的衰减常数随工作频率增大而减小.比较图2a图2b可见,涂敷层电导率小于波导壁电导率时的衰减常数比没有涂敷时大,涂敷层电导率大于波导壁电导率时的衰减常数比没有涂敷时小,两者在涂敷层厚度减小时均趋于没有涂敷的有耗波导的衰减常数.将精确解与微扰解比较可以看出,两者吻合得很好,在10 GHz时相对误差仅0.03%.相位常数随频率增大而增大,涂敷层对相位常数的影响和其本身的变化相比非常微小.下面将给出涂敷层厚度和电导率对相位常数的影响.

3.2 传播常数随涂敷层厚度的变化

图3给出了工作频率在10 GHz时涂敷层在不同电导率下 TE_{11} 模的衰减常数和相位常数随涂敷层厚度的变化情况.可见波导工作在截止频率以上时,当涂敷层电导率大于波导壁电导率时,衰减常数随涂敷层厚度增大先减小,然后逐渐增大,最后趋于



(a) 涂敷层电导率小于波导壁电导率



(b) 涂敷层电导率大于波导壁电导率

图2 衰减常数随频率的变化

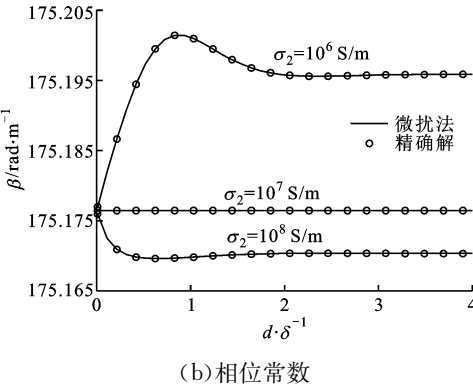
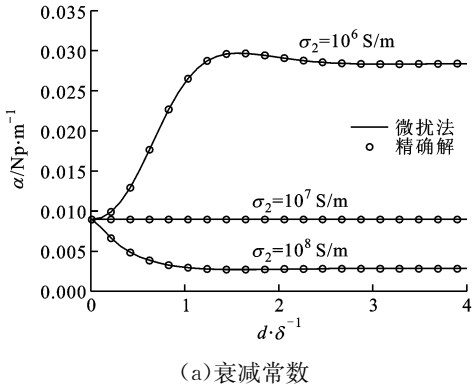


图 3 传播常数随涂敷层厚度的变化

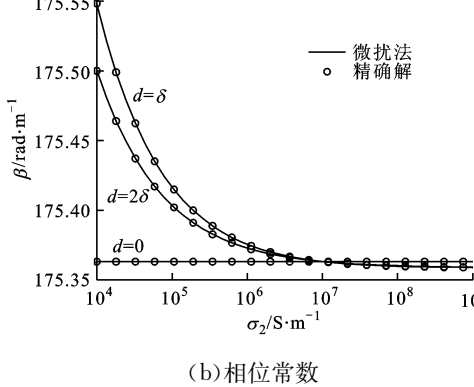
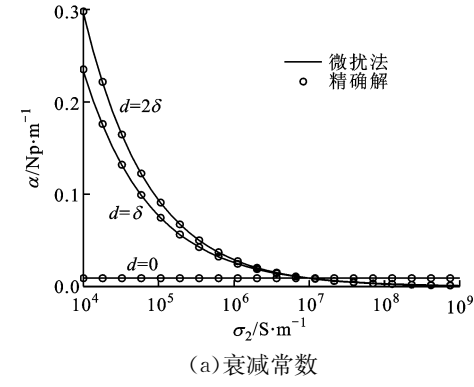


图 4 传播常数随电导率的变化

稳定值,相位常数也是随涂敷层厚度增大先减小,然后逐渐增大,最后趋于稳定值.当涂敷层电导率小于波导壁电导率时,衰减常数随涂敷层厚度增大先增大,然后逐渐减小,最后趋于稳定值,相位常数也随涂敷层厚度增大先增大,然后逐渐减小,最后趋于稳定值.

3.3 传播常数随涂敷层电导率的变化

图 4 给出了 TE₁₁ 模在工作频率为 10 GHz 时不同涂敷层厚度下的衰减常数和相位常数随电导率的变化,可见在截止频率以上时,衰减常数随电导率增大而减小,最后波导趋于理想波导,衰减常数趋于 0,相位常数也随着电导率增大而减小,最后趋于理想波导所对应的相位常数.

3.4 涂敷层对高次模传播常数的影响

图 5a 给出了无涂敷层时和涂敷层厚度为 $d = 0.5\delta$ 时圆波导中 TM₀₁ 模和 TE₂₁ 模在截止频率以上由微扰法得到的衰减常数随频率的变化,其中涂敷层的电导率为 $\sigma_2 = 1.0 \times 10^6$ S/m.涂敷层的存在增大了损耗,但衰减常数随频率的变化趋势没有变化, TM₀₁ 模衰减常数随频率增大而增大,而 TE₂₁ 模衰减常数随频率增大而减小.图 5b、图 5c 给出了圆波导中 TM₀₁ 模和 TE₂₁ 模在截止频率以上时微扰法得到的传播常数随涂敷层厚度的变化,其中波导工作频率为 $f = 15$ GHz,取涂敷层电导率为 $\sigma_2 = 1.0 \times 10^8$ S/m,大于波导壁电导率.可见高次模传播常数与 TE₁₁ 模的传播常数变化规律一致.

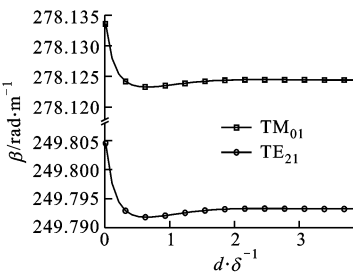
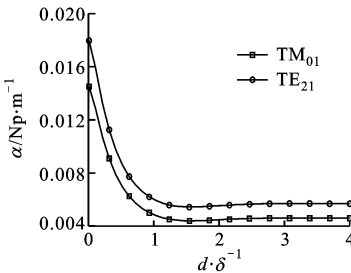
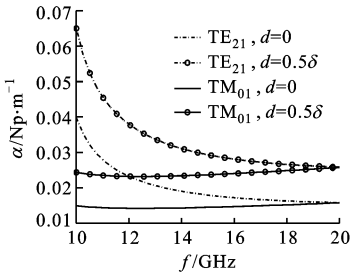


图 5 涂敷层对高次模传播常数的影响

4 结 论

本文针对有耗波导金属涂敷的模型,给出了具有3层结构的圆波导关于传播常数的特征方程,通过精确求解特征方程及其微扰解,分析了波导内壁有金属涂敷层时涂敷层厚度、涂敷金属电导率以及不同工作频率对基模和高次模衰减常数和相位常数的影响.实际中可通过合理地选择工作频率、涂敷层电导率和涂敷层厚度,来改善工作模式的衰减常数,以满足微波器件传播特性应用的需要.

参考文献:

[1] IMBRIALE W A, OTOSHI T Y, YEH C. Power loss for multimode waveguides and its application to beam-waveguide system [J]. IEEE Trans Microwave Theory Tech, 1998, 46(5): 523-529.

[2] HUNG C L, YEH Y S. The propagation constants of higher-order modes in coaxial waveguides with finite conductivity[J]. International Journal of Infrared and Millimeter Waves, 2005, 26(1): 29-39.

[3] ROVETTA D, BOSISIO A V. Propagation constant

of HE_{11} mode near the cutoff frequency in a circular waveguide [J]. IEEE Microwave and Wireless Components Letters, 2006, 16(5): 314-316.

[4] HUANG Zhixun, ZENG Cheng. The general characteristic equation of circular waveguide and its solution [J]. Journal of University of Science and Technology of China, 1991, 21(1): 70-76.

[5] 焦重庆, 罗积润. 有损金属波导中电磁波传播特性的研究[J]. 物理学报, 2006, 55(12): 6360-6367.

JIAO Chongqing, LUO Jirun. Propagation of electromagnetic wave in a lossy cylindrical waveguide [J]. Acta Physica Sinica, 2006, 55(12): 6360-6367.

[6] BURDEN R L, FAIRES J D. Numerical Analysis [M]. Boston, USA: Prindle, 1985.

[7] MILAN V L, DEJAN S F. Modelling of 3-D surface roughness effects with application to μ -coaxial lines [J]. IEEE Trans Microwave Theory Tech, 2007, 55(3): 518-525.

[8] HARRINGTON R F. Time-harmonic electromagnetic fields [M]. New York, USA: McGraw-Hill, 1961: 219-223.

(编辑 刘杨)